**MATRICES 10: VECTORES Y VALORES PROPIOS**

Cuando aplicamos sobre los vectores de un espacio vectorial una transformación lineal representada con una matriz cuadrada, estos vectores suelen escalarse, es decir estirarse o comprimirse, y también suelen rotar un poco. Pero a veces existen vectores que solo se escalan, sin rotar.

Considera la siguiente matriz: [mostrar (2 1 \ 1/2 1)]. Esta representa una transformación que lleva el vector (1, 0) al vector (2, 1), y el vector (0, 1) a (1/2, 1).

Observa todos los vectores en esta circunferencia, y fíjate en cómo se transforman. En general se estiran o comprimen un poco y también rotan.

Pero ahora fíjate solo en estos dos vectores. Estos solo se escalan, no rotan. Siguen apuntando en la misma dirección.

En general, decimos que si tenemos una matriz A, pueden existir vectores tales que si les aplicamos esta matriz, el efecto es simplemente el de multiplicar por un escalar. Es decir, pueden existir vectores x tales que Ax = algún escalar lambda por x.

A estos vectores que solo se escalan sin rotar, les llamamos “vectores propios”, y están asociados a estos valores lambda que los escalan, los cuales llamamos “valores propios”.

Si un vector x es vector propio de una transformación lineal, entonces todos sus múltiplos también lo son, debido a que estas transformaciones preservan el producto por escalar. Así, todos los vectores en la misma recta que x también lo son, y están todos asociados a un mismo valor propio.

Entonces, en este ejemplo, los vectores (1, 1) y (1, -1) son vectores propios, porque se puede ver que solo se escalan y no rotan. De hecho, si hacemos el cálculo, transformando el vector (1, 1) obtenemos (3, 3), que es simplemente (1, 1) \* 3. Y transformando el vector (1, -1) obtenemos (1/2, -1/2), que es (1, -1) \* ½. Ambos vectores resultaron simplemente escalados. Es más, como el vector (1, 1) se escaló por 3, decimos que el valor propio asociado a ese vector es 3. Y como el vector (1, -1) se escaló por ½, el valor propio asociado es ½. En general, todos los múltiplos de cada vector, es decir aquellos que están en estas rectas, son también vectores propios, y están asociados al valor propio respectivo, que es 3 si son múltiplos de (1, 1), o ½ si son múltiplos de (1, -1).